|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ALGÈBRE – ANALYSE | **Résolution d’un problème du premier degré****inéquation** | 2 ASSP3 |
| Capacité | Connaissances |
| * Dans des situations issues de la géométrie, d’autres disciplines, de la vie professionnelle ou de la vie courante, rechercher et organiser l’information, traduire le problème posé à l’aide d’inéquations, le résoudre, critiquer le résultat, rendre compte.
* Choisir une méthode de résolution adaptée au problème (algébrique, graphique, informatique).
 | Méthodes de résolution :-d'une inéquation du premier degré à une inconnue; |

Acheté chaque mois, un magazine coûte 4,15 €.

L’abonnement annuel pour 12 numéros coûte 37 €.

**Pour quelles quantités de numéros achetés individuellement l’abonnement est-il plus avantageux ?**

On peut chercher le coût pour plusieurs nombres de magazine :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Nombre x de magazines achetés** | **4** | **6** | **8** | **9** | **11** |
| **Coût total en €** | **16,60** | **24,90** | **33,20** | **37,35** | **45,65** |

* Comme 9 × 4,15 = 37,35 on peut affirmer qu’à partir de 9 numéros achetés individuellement l’abonnement est plus intéressant c’est-à-dire pour les quantités 9 ; 10 ; 11 et 12.
* La question peut se traduire par l’inégalité : 4,15$x$ > 37 c’est-à-dire « coût total » > « abonnement »
* L’inégalité 4,15$x$ > 37 où $x$ désigne des valeurs inconnues est appelée **une inéquation**.
* **Résoudre cette inéquation**, c’est trouver les valeurs de $x$ pour lesquelles l’inégalité est vraie.
* Ces valeurs s’appellent les **solutions de l’inéquation**.

Réponse à la problématique :

**À partir de 9 numéros l’abonnement est plus avantageux**

**I] Sens des inégalités**

1. **À retenir :**

**Si on additionne ou soustrait un même nombre aux deux membres d’une inégalité, on obtient une inégalité de même sens** : **Si** $x$ **≤ b alors :** $x$ ***+ c* ≤ b *+ c* et** $x$ **–  *c* ≤ b –  *c***

* Exemple :$ x$ ≤ 5 **alors** $x$ **+3 ≤ 5 +3 et** $x$ **-3 ≤ 5 -3**
1. Activité :
* Que se passe-t-il si on multiplie les membres d’une inégalité par un nombre ?

Compléter le tableau suivant :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **a** | **b** | **m** | **Calcul de m×a** | **Calcul de m×b** | **Comparaison de a et b** | **Comparaison de ma et mb** |
| **5** | **2** | **3** | **3x5= 15.** | **3x2=6** | **5>2** | **15>6** |
| **5** | **2** | **-3** | **-3x5= -15.** | **-3x2= -6** | **5>2** | **-15< -6** |
| **15** | **7** | **-10** | **-10x15= -150** | **-10x7 = -70** | **15>7** | **-150< -70** |
| **20** | **10** | **-5,5** | **-5,5x20 = -110.** | **-5,5x10= -55** | **20>10** | **-110< -55** |
| **21** | **33** | $$\frac{1}{3}$$ | $\frac{1}{3}$ **x21 =7.** | $\frac{1}{3}$ **x33 =11** | **21<33** | **7<11** |
| **21** | **33** | **-**$\frac{1}{3}$ | **-**$\frac{1}{3}$ **x21 = -7** | **-**$\frac{1}{3}$ **x33 = -11** | **21<33** | **-7> -11** |

* **À retenir :**

**Si on multiplie ou divise par un même nombre les deux membres d’une inégalité, le sens de cette inégalité dépend du signe de ce nombre :**

* **Si** $x$ **< b et k strictement positif alors le sens est conservé : k**$ x$ **< kb**
* **Si** $x$ **< b et k strictement négatif alors le sens est inversé : k**$ x$ **> kb**
* Exemples : $x$ ≤ 5 **alors 3**$ x$ **≤ 3×5 et -3**$ x$ **≥ -3 ×5**

$x$ ≤ 5 **alors** $\frac{x}{2}$ **≤** $\frac{5}{2}$ **et -** $\frac{x}{2}$ **≥ -** $\frac{5}{2}$

**II] Représentation graphique de l’ensemble des solutions d’une inéquation**

1. Activité :
2. Traduire par une question l’inéquation « $x$ ≤ 2 ».
3. Hachurer la partie de la droite graduée représentant tous les nombres qui ne vérifient pas cette inéquation.

$$x$$

**0**

**1**

**Réponse :**

1. **L’inéquation se traduit par la question : « Quels sont les nombres inférieurs ou égaux à 2 ?**
2. **Les nombres qui ne vérifient pas l’inéquation sont tous ceux strictement supérieurs à 2.**

**Ainsi on hachure la partie de l’axe qui n’est pas solution c’est-à-dire, à droite depuis le nombre 2.**

1. **À retenir :**

**L’ensemble des solutions d’une inéquation est représenté par la partie non hachurée d’un axe gradué.**

1. Plus généralement :
* Après transformations, une inéquation s’écrit finalement sous une des 4 formes du tableau :

|  |  |
| --- | --- |
| **Inéquations après transformations** | **Représentation graphique de l’ensemble des solutions** |
| $x$ ≤ a | $$x$$$$a$$ |
| $x$ < a | $$x$$$$a$$ |
| $x$ ≥ a | $$a$$$$x$$ |
| $x$ > a | $$x$$$$a$$ |

* Position du crochet :
* Avec les symboles « ≤ » et « ≥ » le nombre « a » appartient à l’ensemble des solutions donc le crochet positionné en « a » est dirigé vers la partie solution.
* Avec les symboles « < » et « > » le nombre « a » n’appartient pas à l’ensemble des solutions donc le crochet positionné en « a » est dirigé vers la partie hachurée.

**Exercices 7/8 page 53**

**III] Les transformations d’une inéquation pour la résolution**

* Exemple de résolution d’inéquation :

Soit l’inéquation -2$ x$ – 3 ≥ 4.

Il s’agit de déterminer toutes les valeurs de l’inconnue x pour lesquelles l’inégalité est vraie.

Pour cela on transforme l’inéquation jusqu’à obtenir l’une des quatre formes du tableau précédent.

* Pour « neutraliser -3 », on ajoute 3 à chaque membre : -2$ x$ – 3 + 3 ≥ 4 + 3 soit -2$ x$ ≥ 7
* Pour « neutraliser -2 », on divise par -2 chaque membre en changeant le sens de l’inégalité : $x$ ≤ -

Les solutions sont donc tous les nombres inférieurs ou égaux à -3,5.

$$x$$

$$-3,5$$

On peut représenter graphiquement les solutions par :

* **À retenir :**
* **Transformer une inéquation permet de trouver ses solutions.**
* **Les différentes transformations possibles d’une inéquation en une inéquation qui possèdent les mêmes solutions sont :**
* **ajouter ou en retrancher un même nombre aux deux membres sans changer le sens de l’inégalité**
* **multiplier ou en diviser par un même nombre les deux membres et le sens de l’inégalité est :**
* **conservé si ce nombre est strictement positif**
* **inversé si ce nombre est strictement négatif**
1. On peut chercher le coût pour plusieurs numéros de magazine :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Nombre x de magazines achetés** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |
| **Coût total en €** | **16,60** | **20,75** | **24,90** | **29,05** | **33,20** | **37,35** | **41,50** | **45,65** | **49,80** |

1. À partir du tableau :
	1. Quel est le prix pour 8 numéros achetés :

**Le prix pour 8 numéros achetés est de 33,30 €**

* 1. Quel est le prix pour 9 numéros achetés :

**Le prix pour 9 numéros achetés est de 37,35 €**

1. Pour combien de numéros achetés le coût est supérieur à 37 € (prix de l’abonnement).

**Pour 9 numéros achetés (37, 35 €) le coût est supérieur à 37 €**

1. Compléter l’inéquation : 37, 35 **>** 37
2. Si on désigne par , le nombre de magazines achetés, comment écrire sous forme mathématiques le prix, pour $x$ achetés à 4,15 € l’unité :

**4,15**$x$

1. Comment écrire, l’inéquation pouvant répondre à la problématique : **4,15**$x$ **> 37**.

Réponse à la problématique :

**À partir de 9 numéros l’abonnement est plus avantageux**

1. On peut chercher le coût pour plusieurs numéros de magazine :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Nombre x de magazines achetés** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |
| **Coût total en €** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

1. À partir du tableau :
	1. Quel est le prix pour 8 numéros achetés :

……………………………………………………………………………………...

* 1. Quel est le prix pour 9 numéros achetés :

……………………………………………………………………………………...

1. Pour combien de numéros achetés le coût est supérieur à 37 € (prix de l’abonnement).

…………………………………………………………………………………………..

1. Compléter l’inéquation : 37, 35……………37
2. Si on désigne par , le nombre de magazines achetés, comment écrire sous forme mathématiques le prix, pour $x$ achetés à 4,15 € l’unité :

…………………………………………………………………………..

1. Comment écrire, l’inéquation pouvant répondre à la problématique : …………………………..
2. On peut chercher le coût pour plusieurs numéros de magazine :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Nombre x de magazines achetés** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |
| **Coût total en €** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

1. À partir du tableau :
	1. Quel est le prix pour 8 numéros achetés :

……………………………………………………………………………………...

* 1. Quel est le prix pour 9 numéros achetés :

……………………………………………………………………………………...

1. Pour combien de numéros achetés le coût est supérieur à 37 € (prix de l’abonnement).

…………………………………………………………………………………………..

1. Compléter l’inéquation : 37,35……………37
2. Si on désigne par , le nombre de magazines achetés, comment écrire sous forme mathématiques le prix, pour $x$ achetés à 4,15 € l’unité :

…………………………………………………………………………..

1. Comment écrire, l’inéquation pouvant répondre à la problématique : …………………………..